

محاضرات الدفتر

القسم: رياضيات / جبر السنة: الرابعة المادة: نظرية المجموعات والمحاضرة: السابعة

مبرهنة
حتى تكون الشبكة هي تعريفية يلزم أن يكون من أجل أي ثلاثة عناصر
في المجموعة الشرط التالي محققاً:

$$\begin{aligned} x \wedge z &= y \wedge z \\ x \vee z &= y \vee z \end{aligned} \Rightarrow x = y$$

البرهان:

$$x \vee z = y \vee z \quad \& \quad x \wedge z = y \wedge z$$

$$x \wedge (y \vee z) = x \vee (x \wedge z) = x$$

$$\begin{aligned} (x \vee y) \wedge (x \vee z) &= (x \vee y) \wedge (y \vee z) \\ &= ((x \wedge z) \vee y) \wedge (y \vee z) = y \\ &\Rightarrow x = y \end{aligned}$$

البيان: لتفرض أن الشرط على مجموعة من عناصر هي تعريفية
من ثم نثبت الشرط على المجموعة الأخرى. نستنتج أن الشبكة هي متساوية
بماذا أخذنا المجموعة عناصر $x, y \in E$ وفرضنا أن

$$\begin{aligned} a &= (x \wedge z) \vee (z \wedge (x \vee y)) \\ b &= (y \wedge z) \vee (x \wedge (y \vee z)) \end{aligned} \quad (1)$$

مبني $x \vee y \in E$ والشرط متساوية في E

$$\begin{aligned} a &= ((x \wedge z) \vee z) \wedge (x \vee y) \\ b &= ((y \wedge z) \vee z) \wedge (y \vee x) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} a \wedge y &= ((x \wedge z) \vee z) \wedge (x \vee y) \wedge y = ((x \wedge z) \vee z) \wedge y \\ &= (x \wedge z) \vee (z \wedge y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b \wedge x &= ((y \wedge z) \vee z) \wedge (y \vee x) \wedge x = ((y \wedge z) \vee z) \wedge x \\ &= (y \wedge z) \vee (z \wedge x) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a \wedge y = b \wedge x \quad (3)$$

ع

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$\begin{aligned} a \vee y &= y \vee (x \wedge y) \vee (z \wedge (x \vee y)) = y \vee (z \wedge (x \wedge y)) \\ &= (y \vee z) \wedge (x \vee y) \end{aligned}$$

من التمثيل

$$\begin{aligned} b \vee y &= y \vee (y \wedge z) \vee (x \wedge (y \vee z)) = y \vee (x \wedge (y \vee z)) \\ &= (y \vee x) \wedge (y \vee z) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a \vee y = b \vee y \quad (u)$$

من (u) نستنتج بالاعتماد على الترميز أن $a \wedge x = b \wedge x \Leftrightarrow a = b$ بالرجوع إلى ذلك

$$\begin{aligned} a \wedge x &= ((x \wedge y) \vee z) \wedge (x \vee y) \wedge x = ((x \wedge y) \vee z) \wedge x \\ &= (x \wedge y) \vee (z \wedge x) \end{aligned}$$

استخدام الترميز التبادلي

$$\begin{aligned} b \wedge x &= ((y \wedge z) \vee x) \wedge (y \vee z) \wedge x = ((y \wedge z) \vee x) \wedge x \\ &= x \wedge (y \vee z) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (z \wedge x) \Rightarrow \text{عند توزيعية}$$

المقطع النسبي : a ينقسم لـ b

يمكن تمثيله على شكل a ، لكن المجال $[a, b]$ حيث $a \leq b$

تعريف

إذا كانت $x \in [a, b]$ فإننا نسمي x بالنسبة a و b ، أي $a \leq x \leq b$

$$x \wedge y = a \quad x \vee y = b$$

ملحوظة :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{ إذا } a < y < b \text{ فمتم لـ } x \text{ بالنسبة إلى المجال } [a, b] \text{ أي } y \in [a, b] \text{ ولذا } \\ y \wedge x = a \quad x \vee y = b \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} b \text{ هو المقسم الوحيد لـ } a \text{ بالنسبة للمجال } [a, b]$$

$\textcircled{3}$ يمكن أن لا يكون المقسم x بالضرورة متم نسبياً كما أنه يمكن أن يكون غير متم نسبياً

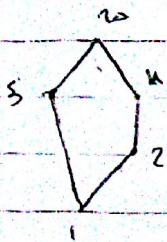
محاضرات الدفتر

القسم :

السنة :

المادة :

المحاضرة :



مثال :

تكن α شبكة $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ المرتبة بملقة يتيم
في الجدول $[1, 4]$ ملقة ذات 2 لارتك حتم نين
في الجدول $[1, 20]$ ملقة ذات للردى معقن كما 2 و المرات المقم
النسبة للردى للردى و المم النسبة للردى للردى

مبرهنة :

لأن α شبكة ما $[a, b]$ مجال ما α عن غير من الجدول $[a, b]$
(إذا كانت α حصرية فإن المقامات النسبية الثلاثة للردى تكون غير متارة
فيما بين
إذا كانت α تورية فإنها على α مع النسبة واحد

البرهان :

إذا كانت α حتم نسبي α فإن

$$\alpha \gamma_1 = a = \alpha \gamma_2$$

$$\alpha \gamma_1 = b = \alpha \gamma_2$$

من البرهان ما قبل الأخيرة يتبع أن $\alpha = \gamma_1 = \gamma_2$ أو α غير متارة (من أجل
الشبكة المتارة) ومنه يتبع أن المقامات الثلاثة في الشبكة الحصرية غير متارة
من البرهان الأخيرة إذا كانت α تورية فإنها على α مع النسبة واحد
الشبكة التورية لأن α على α مع النسبة واحد

تعريف :

نقول عن الشبكة α أن α متعة نسبياً إذا كانت في أي مجال $[a, b]$ على α غير α
من المجال على α مع النسبة واحد

الشبكة المتعة :

نحضر سطر من α أن الشبكة α على α مع النسبة واحد

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

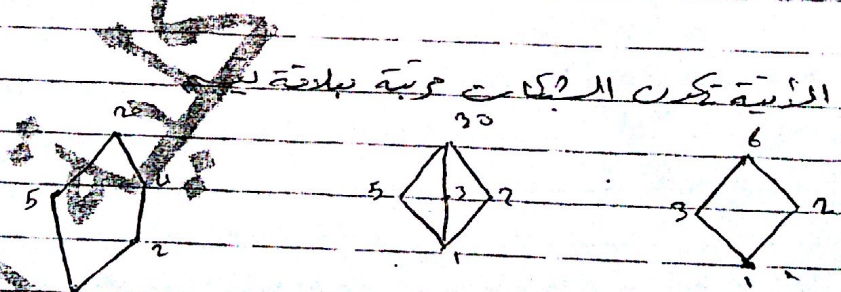
القسم :

تسمى x بالمتغير x إذا كانت x متغيراً في النسبة (a, b)
 نقول عن نسبة (a, b) أنها متغيرة إذا كان a متغيراً في النسبة (a, b)
 على أن b ثابت.

المتغير x للعدد (a, b) يكون صفراً إذا كان $x = 0$
 وجود المتغير x في النسبة (a, b) غير ممكنين

أمثلة :
 في النسبة (a, b) a متغير b ثابت
 في النسبة (a, b) a ثابت b متغير
 في النسبة (a, b) a ثابت b ثابت
 في النسبة (a, b) a متغير b متغير

في النسبة (a, b) a ثابت b متغير
 في النسبة (a, b) a متغير b ثابت
 في النسبة (a, b) a ثابت b ثابت



في النسبة (a, b) a ثابت b متغير
 في النسبة (a, b) a متغير b ثابت
 في النسبة (a, b) a ثابت b ثابت

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

نوع الشبكة (ع, د, ر) تكون متعة لانه اهل اي $X \in E$ X C_x هو متعة
وهو الشبكة X

جبرية
لأن الشبكة التوزيعية كل عنصر على X المركز متعة وحيد

البرهان :
نتبع من البرهان التوزيعية حيث ان كل عنصر في الشبكة التوزيعية على متعة نسبي واحد X
المركز أي C_x أي عنصر X على متعة (متعة نسبي بالنسبة للجدول $[a, b]$) واحد
الآن حسب البرهان التوزيعية

جبرية :
إذا كانت الشبكة المتعة متعة لانه (توزيعية) X C_x متعة نسبي

البرهان :
ليكن $[a, b]$ جدول من الشبكة X للمباشرة وليكن $x \in [a, b]$ وليكن x' متعة x
ولنفرض أن $y = (a \vee x') \wedge b$ وبتناك $y = a \vee (x' \wedge b)$ (لأن الشبكة متعة)

$$\begin{aligned} y \wedge x &= (a \vee x') \wedge b \wedge x = (a \vee x') \wedge x \\ &= a \vee (x' \wedge x) \quad \text{باعتبارية} \\ &= a \vee 0 = a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y \vee x &= (a \wedge (x' \wedge b)) \vee x = (a \vee x') \vee (x' \wedge b) \\ &= x \vee (x' \wedge b) \quad \text{باعتبارية} \\ &= (x \vee x') \wedge b \\ &= 1 \wedge b = b \end{aligned}$$

أيضا C_x هو متعة نسبي للمظهر x في الجدول $[a, b]$ وبتناك C_x الشبكة متعة نسبي

انتهت الى هنا